

Die Ableitung der Sinus- und Kosinusfunktion

Leitet man die **Sinusfunktion** ab, so erhält man die Kosinusfunktion: Für $f(x) = \sin x$ ist $f'(x) = \cos x$.
Für die **Ableitung der Kosinusfunktion** gilt dagegen: Für $f(x) = \cos x$ ist $f'(x) = -\sin x$.

Für Funktionen der Form $f(x) = 5 \cdot \sin x$ benötigt man für die Ableitung die **Faktorregel**.

Es gilt: $f'(x) = 5 \cdot \cos x$.

Für $f(x) = -\sin x = -1 \cdot \sin x$ gilt daher, dass $f'(x) = -1 \cdot \cos x = -\cos x$.

Für $f(x) = -\cos x = -1 \cdot \cos x$ gilt, dass $f'(x) = -1 \cdot (-\sin x) = \sin x$.

Weitere Beispiele: Für $f(x) = 4 \cdot \cos x$ gilt: $f'(x) = -4 \cdot \sin x$ und für $f(x) = -8 \cos x$ gilt:
 $f'(x) = -8 \cdot (-\sin x) = 8 \sin x$.

Generell gilt: Bei der Ableitung der Kosinusfunktion ändert sich das Vorzeichen, bei der Ableitung der Sinusfunktion nicht.

1 Bestimmen Sie $f'(x)$.

a) $f(x) = -7 \sin x$

$f'(x) =$ _____

b) $f(x) = 4 \cos x$

$f'(x) =$ _____

c) $f(x) = x^2 - 0,5 \cos x$

$f'(x) =$ _____

d) $f(x) = \sin x - \cos x$

$f'(x) =$ _____

Für die Funktion f mit $f(x) = \sin(3x^2)$ benötigt man für die Ableitung die **Kettenregel**.

Mit $f'(x) = u'(v(x)) \cdot v'(x)$, wobei $u(x) = \sin(x)$ die äußere Funktion und $v(x) = 3x^2$ die innere Funktion ist, erhält man für die Ableitung: $f'(x) = \cos(3x^2) \cdot 6x$.

Die Funktion g mit $g(x) = x^4 \cdot \cos x$ kann man mithilfe der **Produktregel** ableiten.

Mit $f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$, wobei $u(x) = x^4$ und $v(x) = \cos x$ ist, erhält man für die Ableitung:
 $f'(x) = 4x^3 \cdot \cos x + x^4 \cdot (-\sin x) = 4x^3 \cdot \cos x - x^4 \cdot \sin x$.

Die Funktion f mit $f(x) = \frac{2x}{1-x}$ lässt sich mit der **Quotientenregel** ableiten.

Mit $u(x) = 2x$, $v(x) = 1-x$ und $f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{v^2(x)}$ mit $v(x) \neq 0$ gilt für die Ableitung:

$$f'(x) = \frac{2(1-x) - 2x \cdot (-1)}{(1-x)^2} = \frac{2}{(1-x)^2}$$

2 Bestimmen Sie $f'(x)$ mithilfe der Kettenregel.

a) $f(x) = \sin(2x+1)$

b) $f(x) = 3 \cdot \cos(2x-1)$

c) $f(x) = (\cos(x))^2$

d) $f(x) = \frac{1}{\sin(x)}$

3 Bestimmen Sie $f'(x)$ mithilfe der Produktregel.

i) $f(x) = 2x^3 \cdot \sin(x)$

b) $f(x) = -\sin(x) \cdot x$

c) $f(x) = \frac{1}{x} \cdot \cos(x)$

d) $f(x) = -\frac{3}{2}x^2 \cdot (-\cos x)$

4 Bestimmen Sie $f'(x)$ mithilfe der Quotientenregel.

i) $f(x) = \frac{\sin(x)}{2x-1}$

b) $f(x) = \frac{2-3x}{\cos(x)}$

c) $f(x) = \frac{x^2}{1-\sin(x)}$

d) $f(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$

5 Bestimmen Sie $f'(x)$.

i) $f(x) = x^2 \cdot \sin(3x)$

b) $f(x) = \cos(x) \cdot \sqrt{2x}$

c) $f(x) = 5x \cdot (\cos(x))^2$

d) $f(x) = \frac{1}{x^2} \cdot \sin(4x + \pi)$

e) $f(x) = \frac{\cos(2x+1)}{2x-1}$

f) $f(x) = \sin(x) \cdot e^{3x}$

g) $f(x) = \frac{e^{2x}}{2\sin(2x)}$

h) $f(x) = 3 \cdot \sin(ax^2 + b)$